

PRÁCTICA 6

ESPERANZA Y VARIANZA.

Ejercicio 1. Calcule la esperanza de la variable X en las siguientes situaciones.

- i) Se tira cinco veces una moneda honesta y sea X la variable n^0 de caras obtenidas.
- ii) Se distribuyen n bolas en 3 celdas, y sea X el n^0 de celdas vacías.
- iii) Se tiran dos dados honestos n veces, y sea X el n^0 de veces que la suma excede 10.
- iv) Una caja de pastillas de menta de 70 unidades tiene 25 pastillas rotas. Si se extraen al azar 15 pastillas, sea X el n^0 de pastillas rotas de la muestra.
- v) Se tira una moneda honesta hasta que aparece una cara. Sea X el n^0 de tiradas necesarias.

Ejercicio 2. Sea $n \in \mathbb{N}$, y

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{n(n+1)} & x = 1, \dots, n \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}.$$

Probar que f es una densidad discreta y hallar su esperanza.

Ejercicio 3. En un comercio de artículos para el hogar hay en existencia 6 televisores. Sea X el número de clientes que entran a comprar un televisor por semana, siendo $X \sim \mathcal{P}(5)$. Tomando en cuenta que cada cliente que entra a comprar un televisor lo compra si está disponible, ¿Cuál es el número esperado de televisores a ser vendidos la próxima semana?

Ejercicio 4. Dada $X \sim P(\lambda)$. Hallar $E(\frac{1}{1+X})$.

Ejercicio 5. Un juego consiste en arrojar un dado equilibrado hasta obtener un número mayor o igual que 4 por primera vez. Sea X el número de veces que se arroja el dado. El puntaje que se obtiene es $(4 - X)$ si $1 \leq X \leq 3$ y no se obtiene puntaje en caso contrario.

- a) ¿Cuál es el puntaje esperado de este juego?
- b) Si se juega dos veces este juego, y en total se obtuvieron 2 puntos, ¿Cuál es la probabilidad de que la primera vez no se haya obtenido puntaje?

Ejercicio 6. Un jugador lanza una moneda honesta varias veces, y para al obtener dos caras sucesivas, o dos secas sucesivas. Encuentre las esperanza del número de lanzamientos.

Ejercicio 7. Sea X e Y variables aleatorias independientes con distribución Poisson con parámetro λ_1 y λ_2 respectivamente. Calcule $E[Y|X+Y=n]$, donde n es un entero no negativo.

Ejercicio 8. Calcule $E[X]$, si X posee densidad f donde

a) $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}.$

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(1+x)^2} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}.$

Ejercicio 9. Sean X e Y variables aleatorias independientes con distribución común $\mathcal{U}[0, 1]$. Calcule $E[Z]$ y $E[W]$, si $Z = \min(X, Y)$ y $W = \max(X, Y)$.

Ejercicio 10. Dar la esperanza de las siguientes variables aleatorias

$$a) X \sim \Gamma(\alpha, \beta) \quad b) X \sim Weibull; f_X(x) \begin{cases} \lambda \alpha x^{\alpha-1} e^{-\lambda x^\alpha} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Ejercicio 11. Dos componentes electrónicos son testeados simultáneamente. Suponga que la vida en horas de cada componente está distribuido exponencialmente con parámetro λ , y que las vidas de los componentes son independientes. Calcule

- a) la esperanza del tiempo que pasa hasta que falle alguno de los dos componentes,
- b) la esperanza del tiempo que pasa hasta que ambos fallen.

Ejercicio 12. Calcule la varianza de la variable aleatoria X sobre las siguientes condiciones

- a) $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, donde $\mu \in \mathbf{R}$ y $\sigma > 0$.
- b) $X \sim \mathcal{U}[a, b]$, donde $a < b$.